

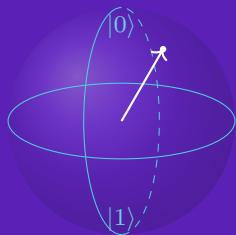
COMPUTACIÓN CUÁNTICA • UNA INTRODUCCIÓN

Capítulo 3

Mecánica cuántica

Alcides Montoya Cañola

Universidad Nacional de Colombia • Sede Medellín | 2026-II



La física detrás del formalismo

► De lo clásico a lo cuántico

Lagrange, Hamilton, Noether

► La ecuación de Schrödinger

ondas de materia y niveles de energía

► Cuantización canónica

$$(q, p) \rightarrow (\hat{q}, \hat{p}), [\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$$

► El oscilador armónico

operadores escalera $\hat{a}, \hat{a}^\dagger$

► Los 5 postulados

el núcleo axiomático de la teoría

La pregunta del capítulo

El Cap. 2 nos dio el *lenguaje*. Aquí veremos *por qué* la Naturaleza lo habla — y de dónde sale el hamiltoniano.

Dos caminos al mismo mundo cuántico

Matrices — Heisenberg (1925)

Observables = matrices. Estados = vectores.

El lenguaje nativo de la computación cuántica.

Ondas — Schrödinger (1926)

El estado = función de onda $\psi(\vec{r}, t)$. Seis meses después, *equivalente* a la anterior.

Hoy se reconocen **al menos nueve** formulaciones equivalentes (Feynman, Wigner, de Broglie-Bohm, ...) — distintas ventanas al mismo fenómeno.

La dinámica en la imagen de Heisenberg

Ecuación de Heisenberg — evolucionan los *operadores*

$$\frac{d\hat{A}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{A}, \hat{H}] + \frac{\partial \hat{A}}{\partial t}$$

- ▶ El primer término: evolución unitaria *generada* por $\hat{H}$.
- ▶ El segundo: dependencia temporal explícita de $\hat{A}$.

Idea clave

El **hamiltoniano** $\hat{H}$ — el operador de energía — es el *motor* de toda la dinámica cuántica.

? Pausa socrática #1 — dos retratos, una física

Heisenberg mueve los operadores; Schrödinger mueve el estado.



- ▶ Si dan las mismas predicciones, ¿en qué sentido son “la misma” teoría?
- ▶ ¿Puede una formulación revelar algo que la otra esconde?
- ▶ ¿Por qué la computación cuántica prefiere las *matrices* de Heisenberg?

Secciones 3.2–3.4

De lo clásico a lo cuántico

Noether (1918): simetría = conservación

Simetría		Cantidad conservada
Traslación en el <i>tiempo</i>	→	Energía
Traslación en el <i>espacio</i>	→	Momento lineal
Rotación	→	Momento angular
Invariancia de <i>fase</i> (gauge)	→	Carga eléctrica

En cuántica, las cantidades conservadas son operadores hermíticos que *conmutan* con $\hat{H}$.
La energía se conserva *si y solo si* las leyes no dependen del tiempo.

El nacimiento del cuanto

Planck, 1900 — la energía viene en paquetes

$$E = h\nu$$

Resolvió la *catástrofe ultravioleta* del cuerpo negro.

Einstein (1905): la luz son cuantos, $E = \hbar\omega$.

El hilo conductor

La energía *discreta* no cabe en la física clásica continua. De aquí en adelante todo será cuantizado.

La mecánica sin fuerzas: Lagrange

En vez de fuerzas y aceleraciones, una *función escalar*:

Lagrangiano

$$\mathcal{L} = T - V \quad (\text{cinética} - \text{potencial})$$

Ecuaciones de Euler-Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = 0$$

Principio de mínima acción

El sistema recorre la trayectoria que hace *estacionaria* la acción

$$S = \int \mathcal{L} dt$$

Mismo formalismo en cualquier coordenada — la elegancia que llevará a Schrödinger.

? Pausa socrática #2 — ¿cómo “sabe” la partícula?

El principio de mínima acción dice que la partícula sigue la trayectoria de acción estacionaria.

- ▶ ¿Cómo “explora” la partícula todas las trayectorias para elegir una?
- ▶ ¿Es la mínima acción una *causa* o solo una *descripción*?
- ▶ (Adelanto) ¿Y si de verdad recorriera *todas* a la vez, sumando amplitudes? (Feynman)

?

Hamilton: posición y momento como iguales

Momento conjugado y hamiltoniano

$$p_k = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k}, \quad H = \sum_k p_k \dot{q}_k - \mathcal{L}$$

Ecuaciones de Hamilton

$$\dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}, \quad \dot{p}_k = -\frac{\partial H}{\partial q_k}$$

- ▶ En sistemas conservativos, $H = T + V$ (la energía total).
- ▶ Trata q y p como *socios iguales* en el espacio de fases (q, p) .

Esta simetría $q \leftrightarrow p$ es justo lo que la teoría cuántica necesita.

El puente: de Poisson a los conmutadores

Corchete de Poisson (clásico)

$$\{q, p\} = 1$$

↓ cuantización

Conmutador (cuántico)

$$[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar$$

La regla de traducción

$$\{A, B\} \longrightarrow \frac{1}{i\hbar}[\hat{A}, \hat{B}]$$

Y la energía, generadora del tiempo:

$$\dot{\hat{A}} = \frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{A}]$$

? Pausa socrática #3 — el $i\hbar$ que lo cambia todo

Al cuantizar, $\{q, p\} = 1$ se vuelve $[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar$.



- ▶ ¿Por qué aparece i (imaginario) en una relación entre cantidades *medibles*?
- ▶ Si $\hbar \rightarrow 0$, ¿recuperamos la física clásica? ¿Qué significa ese límite?
- ▶ ¿Es la no conmutatividad una *elección* del formalismo o un hecho del mundo?

Sección 3.5

La ecuación de Schrödinger

Ondas de materia — de Broglie y Einstein

Dualidad onda-partícula

$$E = \hbar\omega \qquad p = \hbar k = \frac{h}{\lambda}$$

Einstein: la luz son cuantos. de Broglie (1924): *la materia también es onda.*

La síntesis de Schrödinger

Si la materia es onda, debe existir una *ecuación de onda* que gobierne su evolución.

Confirmado por Davisson–Germer: los electrones *difractan*.

Motivación heurística de la ecuación

Partimos de una onda plana de materia (partícula libre):

$$\psi(x, t) = A e^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)}$$

La derivada en x aísla el momento

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{p^2}{2m} \psi$$

La derivada en t aísla la energía

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = E \psi$$

Con $E = \frac{p^2}{2m}$ (partícula libre) ambos lados coinciden. **No es una deducción, es un postulado** — validado por el experimento.

Ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo

La ecuación central de la mecánica cuántica

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}, t) \right] \psi(\vec{r}, t) = \hat{H} \psi$$

- ▶ El operador en corchetes es el **hamiltoniano** $\hat{H}$.
- ▶ *Primer orden en el tiempo* — a diferencia de la onda clásica (segundo orden).

Consecuencia

ψ + una sola derivada temporal ya *determinan* todo el futuro. Ligado a que ψ sea *compleja*.

? Pausa socrática #4 — un postulado, no un teorema

La ecuación de Schrödinger *no* se deduce de algo más fundamental. ?

- ▶ ¿Qué hace que aceptemos un postulado? ¿Basta con que “funcione”?
- ▶ ¿Por qué *primer* orden en el tiempo, y qué tiene que ver con que ψ sea compleja?
- ▶ Si fuera relativista ($E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$), obtendríamos otra ecuación. ¿Qué nos dice eso?

Ecuación independiente del tiempo

Separando variables $\psi(\vec{r}, t) = \phi(\vec{r}) T(t)$:

Una ecuación de *autovalores*

$$\hat{H} \phi(\vec{r}) = E \phi(\vec{r})$$

E = autovalores = *energías permitidas*; ϕ_n = *estados estacionarios*.

Estados estacionarios

$$\psi_n(\vec{r}, t) = \phi_n(\vec{r}) e^{-iE_n t/\hbar}$$

$|\psi_n|^2$ no cambia con el tiempo — solo evoluciona una *fase*. Reencontramos el Cap. 2: medir energía es diagonalizar $\hat{H}$.

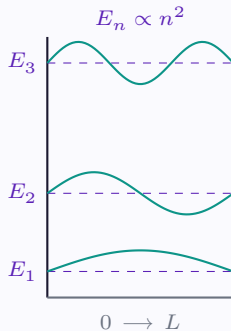
Partícula en una caja: la energía se cuantiza

Con paredes infinitas ($\phi(0) = \phi(L) = 0$):

Niveles discretos

$$\phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

La cuantización *emerge* de las condiciones de frontera.
Base de niveles atómicos y *quantum dots*.



Forma moderna: el qubit evoluciona

Schrödinger en notación de Dirac

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = \hat{H} |\psi(t)\rangle$$

Para un qubit $|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$:

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \alpha(t) \\ \beta(t) \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \alpha(t) \\ \beta(t) \end{bmatrix}$$

Independiente de la base

La ecuación habla de *vectores de estado*, no de una representación. Para n qubits, H es una matriz $2^n \times 2^n$.

? Pausa socrática #5 — estacionario pero vivo

Un estado estacionario solo cambia en una fase $e^{-iE_n t/\hbar}$; $|\psi_n|^2$ es constante. ?

- ▶ Si nada observable cambia, ¿en qué sentido el estado “evoluciona”?
- ▶ ¿Por qué una *superposición* de estacionarios sí muestra dinámica visible?
- ▶ ¿De dónde saldrá el hamiltoniano $\hat{H}$ de un sistema físico real?

Sección 3.6

Cuantización canónica y el oscilador

La receta de Dirac (1925)

Cuantización canónica

$$(q, p) \longrightarrow (\hat{q}, \hat{p}) \quad \text{con} \quad [\hat{q}_i, \hat{p}_j] = i\hbar \delta_{ij}$$

1. Escribe el hamiltoniano clásico $H(q, p)$.
2. Reemplaza variables por operadores.
3. Impón $[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar$.

Así se obtiene $\hat{H}$, y con él *todas* las propiedades cuánticas:

$$\hat{H} |\phi_n\rangle = E_n |\phi_n\rangle.$$

El puente clásico $\rightarrow$ cuántico

Es el procedimiento *sistemático* que convierte cualquier sistema clásico que entendamos en su versión cuántica.

Ejemplo: el qubit superconductor

Un circuito LC tiene hamiltoniano clásico

$$H = \frac{Q^2}{2C} + \frac{\Phi^2}{2L}$$

con carga Q y flujo Φ conjugados: $\{Q, \Phi\} = 1$.

Al cuantizar

$$[\hat{Q}, \hat{\Phi}] = i\hbar \Rightarrow \text{oscilador armónico cuántico}$$

De circuito a qubit

Los dos niveles más bajos $|0\rangle, |1\rangle$ son la base computacional. La unión *Josephson* rompe la escalera y aísla esos dos niveles.

Por qué $\hat{x}$ y $\hat{p}$ no conmutan

Con $\hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$, aplicamos $[\hat{x}, \hat{p}]$ a una función ψ :

$$[\hat{x}, \hat{p}] \psi = \hat{x} \hat{p} \psi - \hat{p} \hat{x} \psi = -i\hbar x \frac{\partial \psi}{\partial x} + i\hbar \left(\psi + x \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = i\hbar \psi$$

$$[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$$

La esencia de la mecánica cuántica vive en estas relaciones de conmutación — de ellas nace la incertidumbre.

Ejercicio resuelto: $[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z$

Con $\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ y $\sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$, multiplicamos en los dos órdenes:

$$\sigma_x \sigma_y = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix} = i\sigma_z, \quad \sigma_y \sigma_x = \begin{bmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} = -i\sigma_z$$

$$[\sigma_x, \sigma_y] = \sigma_x \sigma_y - \sigma_y \sigma_x = 2i\sigma_z \quad (\text{y cíclicamente } [\sigma_y, \sigma_z] = 2i\sigma_x, \dots)$$

Por qué importa en computación cuántica

Los generadores de rotación *no conmutan*: por eso el *orden* de las compuertas cambia el resultado, y de aquí nace la incertidumbre entre las componentes del espín.

? Pausa socrática #6 — el hardware es física cuantizada

Un qubit superconductor es un oscilador armónico cuantizado.



- ▶ ¿Por qué necesitamos la unión Josephson para tener un buen qubit?
- ▶ Si $[\hat{Q}, \hat{\Phi}] = i\hbar$, ¿qué par de cantidades *no* podemos conocer a la vez en el circuito?
- ▶ ¿Qué otras plataformas (iones, fotones) cuantizan y qué grado de libertad usan?

Mecánica matricial — el lenguaje de la computación

- ▶ Heisenberg: estados = vectores columna; observables = matrices.
- ▶ N estados distinguibles $\Rightarrow$ espacio $\mathbb{C}^N$ de *dimensión finita*.
- ▶ Exactamente la estructura de los circuitos cuánticos.

Todo es álgebra lineal

Secuencias de compuertas = productos de matrices. Evolución = exponencial de matriz. Medir = diagonalizar. Qiskit, Cirq, Q# *simulan* justo esto.

El oscilador armónico cuántico

Hamiltoniano con operadores escalera

$$\hat{H} = \hbar\omega\left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\right), \quad [\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$$

► $\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}}(m\omega\hat{x} + i\hat{p})$

► $\hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}}(m\omega\hat{x} - i\hat{p})$

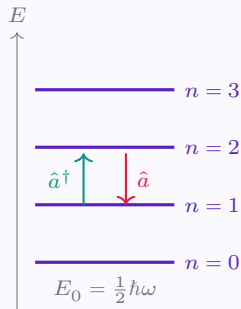
Ni $\hat{a}$ ni $\hat{a}^\dagger$ son hermíticos (no son observables), pero $\hat{a}^\dagger\hat{a}$ sí lo es — el operador *número*.

Operadores escalera: subir y bajar de energía

Espectro discreto

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

- ▶ $\hat{a}^\dagger$: **crea** un cuanto ($E \rightarrow E + \hbar\omega$).
- ▶ $\hat{a}$: **aniquila** uno ($E \rightarrow E - \hbar\omega$).
- ▶ Energía mínima $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega$ (de $\hat{a} |0\rangle = 0$).



Ejercicio resuelto: acción de los operadores escalera

Sobre los estados número $|n\rangle$ las reglas fundamentales son:

$$\hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle, \quad \hat{a}^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle$$

El operador número $\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ cuenta cuantos:

$$\hat{N} |n\rangle = \hat{a}^\dagger (\sqrt{n} |n-1\rangle) = \sqrt{n} \sqrt{n} |n\rangle = n |n\rangle$$

y de ahí la energía:

$$\hat{H} |n\rangle = \hbar\omega \left(\hat{N} + \frac{1}{2} \right) |n\rangle = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) |n\rangle \Rightarrow E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right).$$

El estado fundamental cumple $\hat{a} |0\rangle = 0$, lo que fija $E_0 = \frac{1}{2} \hbar\omega$.

? Pausa socrática #7 — la energía que nunca es cero



El estado fundamental tiene $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega > 0$, no cero.

- ▶ ¿Por qué un sistema en su mínima energía *no* está en reposo total?
- ▶ ¿Qué relación hay entre esta “energía de punto cero” y $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$?
- ▶ Los operadores $\hat{a}, \hat{a}^\dagger$ reaparecen en qubits fotónicos. ¿Por qué son tan universales?

Evolución unitaria: hermítica genera unitaria

Conservar la norma $\langle \psi' | \psi' \rangle = \langle \psi | \psi \rangle$ obliga a que U sea **unitaria**:

$$U^\dagger U = I, \quad U(t) = e^{-i\hat{H}t/\hbar}$$

Como $\hat{H}$ es hermítico, $U^\dagger(t)U(t) = e^{i\hat{H}t}e^{-i\hat{H}t} = I$.

Reversibilidad

$U^{-1} = U^\dagger$ siempre existe $\Rightarrow$ la computación cuántica es *reversible*. La única excepción: la medición (acople a un instrumento macroscópico).

Ejercicio resuelto: la exponencial de una matriz de Pauli

Queremos evaluar $U = e^{-i\theta\sigma_x/2}$. La clave es que $\sigma_x^2 = I$, así que las potencias pares valen I y las impares valen σ_x :

Separando potencias pares e impares

$$e^{-i\theta\sigma_x/2} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left(-\frac{i\theta}{2}\sigma_x\right)^k = \cos\frac{\theta}{2} I - i \sin\frac{\theta}{2} \sigma_x$$

Como $\sigma_x^{2k} = I$ y $\sigma_x^{2k+1} = \sigma_x$, la serie de la exponencial se reagrupa *exactamente* en las series de $\cos \frac{\theta}{2}$ y $\sin \frac{\theta}{2}$. Este mismo truco vale para cualquier matriz que cumpla $M^2 = I$.

Ejercicio resuelto: la exponencial de Pauli es la compuerta R_x

En forma matricial, el resultado anterior es la **compuerta de rotación** en torno al eje x :

Compuerta $R_x(\theta)$

$$R_x(\theta) = e^{-i\theta\sigma_x/2} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -i \sin \frac{\theta}{2} \\ -i \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix}$$

El puente hamiltoniano $\rightarrow$ compuerta

Toda compuerta de un qubit es una rotación $e^{-i\theta \hat{n} \cdot \vec{\sigma}/2}$ en la esfera de Bloch. Aplicar un hamiltoniano $\propto \sigma_x$ durante un tiempo t es ejecutar R_x ; análogamente σ_y y σ_z generan R_y y R_z .

El hamiltoniano como generador — y la IA

- ▶ Cada compuerta es $U = e^{-i\hat{H}t/\hbar}$ para algún $\hat{H}$: p. ej. $R_z(\theta) = e^{-i\theta\sigma_z/2}$.
- ▶ **Qué $\hat{H}$ es implementable** en cada plataforma decide qué compuertas son “nativas”.

Puente con la IA. Los algoritmos *variacionales* (VQE, QAOA) parametrizan un hamiltoniano y buscan su estado fundamental — igual que un modelo de IA minimiza una función de pérdida sobre un *paisaje de energía*. El *recocido cuántico* explota literalmente ese paisaje para optimizar.

Ejercicio resuelto: precesión de un qubit (la fase relativa)

Sea $\hat{H} = \frac{\hbar\omega}{2}\sigma_z$ y el estado inicial $|\psi(0)\rangle = |+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$. Como $|0\rangle, |1\rangle$ son autoestados de σ_z con energías $\pm \frac{\hbar\omega}{2}$:

Evolución temporal

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-i\omega t/2}|0\rangle + e^{+i\omega t/2}|1\rangle) \sim \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + e^{i\omega t}|1\rangle)$$

La *fase relativa* ωt crece con el tiempo. El valor esperado $\langle\psi(t)|\sigma_x|\psi(t)\rangle = \cos(\omega t)$ describe la **precesión de Larmor**: el vector de Bloch gira en el ecuador.

Lectura para computación cuántica

Evolucionar bajo σ_z implementa la compuerta de fase $R_z(\omega t)$. Las probabilidades en la base $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ no cambian; la *fase* sí — y esa fase es el recurso de la interferencia.

Ejercicio resuelto: oscilaciones de Rabi — un pulso es una compuerta

Sea $\hat{H} = \frac{\hbar\Omega}{2}\sigma_x$ (un pulso resonante) y $|\psi(0)\rangle = |0\rangle$. Con $U(t) = e^{-i\hat{H}t/\hbar} = R_x(\Omega t)$ del ejercicio anterior:

Estado y probabilidad

$$|\psi(t)\rangle = \cos\frac{\Omega t}{2} |0\rangle - i \sin\frac{\Omega t}{2} |1\rangle, \quad P_1(t) = |\langle 1|\psi(t)\rangle|^2 = \sin^2\frac{\Omega t}{2}$$

El qubit oscila entre $|0\rangle$ y $|1\rangle$ con la **frecuencia de Rabi** Ω :

- ▶ $\Omega t = \pi$: $P_1 = 1$ — el pulso completo es la compuerta **NOT** (X).
- ▶ $\Omega t = \pi/2$: superposición 50/50 — media vuelta hacia $|+\rangle$.

Así se opera el hardware real. Un qubit superconductor se controla con un pulso de microondas de duración calibrada: la “compuerta” es física — un hamiltoniano aplicado por el tiempo justo. AI

Sección 3.7

Los cinco postulados

Los cinco postulados de un vistazo

1. Estado — un ket $|\psi\rangle$ en el espacio de Hilbert

2. Observables — operadores hermíticos $\hat{O}$

3. Medición — regla de Born $|\langle\phi_i|\psi\rangle|^2$

4. Evolución — Schrödinger, unitaria

5. Composición — producto tensorial $\otimes$

El núcleo irreducible: el “API” de la mecánica cuántica.

Postulados 1 y 2 — estado y observables

1 • El estado

El estado es un ket $|\psi(t)\rangle$ en un espacio de Hilbert complejo. Contiene *toda* la información accesible. Toda combinación lineal de estados válidos es válida (*superposición*).

2 • Los observables

Cada cantidad medible $\leftrightarrow$ un operador **hermítico** $\hat{O}$. Sus *autovalores* son los resultados posibles; tras medir, el estado *colapsa* a un autovector.

La hermiticidad (Cap. 2) *garantiza* que todo resultado medible sea un número real.

Postulado 3 — medición y regla de Born

La probabilidad de cada resultado

$$P(\lambda_i) = |\langle \phi_i | \psi \rangle|^2$$

- ▶ El único resultado posible es un *autovalor* λ_i de $\hat{O}$.
- ▶ Tras medir, el estado se vuelve $|\phi_i\rangle$ (colapso).

El corazón probabilístico

Aquí — y solo aquí — la evolución deja de ser unitaria y determinista. Es lo que distingue lo cuántico de lo clásico.

? Pausa socrática #8 — el problema de la medición

Entre mediciones: unitario y determinista. Al medir: colapso probabilístico. ?

- ▶ ¿Por qué hay *dos* reglas de evolución? ¿No debería haber una sola ley?
- ▶ ¿Qué cuenta como “una medición”? ¿Dónde termina el sistema y empieza el aparato?
- ▶ ¿El colapso es físico, o solo una actualización de nuestra información?

Postulados 4 y 5 — evolución y composición

4 • Evolución temporal

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = \hat{H} |\psi(t)\rangle$$

Continua, determinista y *unitaria* (reversible) — mientras no haya medición.

5 • Composición

$$|\psi_{AB}\rangle = |\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$$

El espacio conjunto es el *producto tensorial*. De aquí nace el **entrelazamiento** — sin análogo clásico.

Cinco postulados: el andamiaje del que se deriva *toda* la mecánica cuántica.

¿Variables ocultas? El teorema de Bell

Einstein: “Dios no juega a los dados”. ¿Y si el azar cuántico ocultara variables desconocidas?

Desigualdad de Bell (CHSH)

$$|E(a, b) - E(a, b')| + |E(a', b') + E(a', b)| \leq 2$$

Toda teoría *local* de variables ocultas debe cumplirla.

La Naturaleza la viola.

Confirmado por Aspect y otros (Nobel 2022). El *entrelazamiento* es física genuinamente no clásica — no correlaciones ocultas.

? Pausa socrática #9 — el recurso de la ventaja cuántica

Bell prueba que el entrelazamiento no se explica con variables ocultas locales. ?

- ▶ Si el entrelazamiento es “real”, ¿por qué no permite enviar información más rápido que la luz?
- ▶ ¿Qué hace del entrelazamiento un *recurso computacional* y no solo una rareza?
- ▶ ¿Podría un computador clásico “fingir” entrelazamiento? ¿A qué costo?

Capítulo 3 — qué llevarse

- ▶ Lagrange/Hamilton $\rightarrow$ cuantización canónica: $[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar$.
- ▶ Schrödinger $i\hbar \partial_t \psi = \hat{H}\psi$ es un *postulado* validado por el experimento.
- ▶ Estados estacionarios = autovectores de $\hat{H}$; la energía se cuantiza.
- ▶ El oscilador y sus operadores $\hat{a}, \hat{a}^\dagger$ son universales (¡también en el hardware!).
- ▶ $\hat{H}$ hermítico *genera* la evolución unitaria $U = e^{-i\hat{H}t/\hbar}$.
- ▶ Cinco postulados = el núcleo de toda la teoría.

Preguntas para llevar al Capítulo 4

- ▶ Ya tenemos la física. ¿Cómo se convierte un qubit en una unidad de *información*?
- ▶ Si medir destruye la superposición, ¿cómo *extraemos* la respuesta de un cómputo cuántico?
- ▶ El entrelazamiento es un recurso. ¿Cuánta “información” cabe realmente en n qubits?

¡Nos vemos en el Capítulo 4 — Información en la Mecánica cuántica!